

数学科 公開授業 指導案

〈授業者〉 久保田修	〈公開学級〉 3年A組	〈場所〉 北舎2階会議室
------------	-------------	--------------

- 1 単元名 相似と比 「相似な立体の体積」 (本時 19 / 24)
- 2 教材について

本単元は、三角形の相似条件などを用いて図形の性質を論理的に確かめ、数学的な推論の必要性や意味及び方法の理解を深め、論理的に考察し表現する力を養う。また、基本的な立体の相似の意味を理解し、相似な図形の性質を用いて図形の計量ができるようにすることをねらっている。

平面図形についての相似の意味から類推することで、柱体や錐体などの基本的な立体についての相似の意味を理解した上で、本時は相似な立体の体積比は相似比の3乗に等しくなっていることを理解できるようにする。また、ある図形の体積が分かっているとき、その図形と相似な図形の体積をもとの図形との相似比を元にして求めることができるようにすることをねらっている。

前時までに相似な平面図形の学習を通して、相似な図形の性質や相似比を使った論証の仕方を学んできている。また、後半で行う相似比を使った体積比を求める考え方の素地となるように相似比を使った面積比の活用方法も学習してきている。こうした学習を基にして、相似比を使って証明を行うことで、相似な立体の体積比を帰納的に証明する力と、立体の体積を相似な図形の体積比を利用して求める力を伸ばしていきたい。

- 3 研究に関わって

生徒の実態として、個人追究において論理的に説明をすることに弱さが見られる。そこで、それまでの学習から全体での考察を行い、見通しをもつことで類題を個別追究したり、生徒同士の自由な交流をさせたりすることで、論理的な思考の不足部分を補うことができた。本時において確かな学力を身に付けるために以下の手立てを講じたい。

研究内容(1)主体的・対話的な追究活動の工夫

ア：相互説明による論理的思考の明確化

直方体による体積比の全体追究の後に、柱体や錐体などの体積比を個人追究し相互に交流することで、帰納的に体積比の性質を論理的に思考する力を付けたい。全体交流前に、ペアで自分で取り組んだ基本的な図形の計算結果からわかることの説明をすることで、それぞれの図形の体積を求める式の記述で終わらない様にする。そして、直方体の体積比と同様に考えられる根拠を明確にする場を位置付けたい。

手立て① 自分で選択した相似な立体の相互説明による論理的思考の明確化

研究内容(2)自己肯定感の向上を促す終末の工夫

イ：論理的思考の足跡を焦点化させた確認問題

相似な立体の体積比を4つの図形を通して証明した後で、さらに正四角柱の場合で証明を書く終末問題を行う。ペア・全体交流を通して個人追究で深めた説明を確かなものにした上で、再度別の図形について書くことで論理的な思考の定着を図りたい。また、本時の学習に付随する体積比を使った計算問題の前に評価問題を位置付け、生徒の思考の流れを止めないように配慮したい。

手立て② 論理的思考の足跡を焦点化させた類題による学習内容の定着

4 本時のねらい

基本的な相似な立体の体積比を求めることを通して、相似比から体積比が求められることを知り、相似な立体の一方からもう片方の立体の体積を求めることができる。

5 本時の展開

	学習活動	指導・援助 留意点
導入	<p>1. 素材をつかむ。 高さが4 cmと8 cmの相似な大小の直方体のアイスクャンディがある。大きい方は小さい方の何本分の量があるだろう。 ・体積比は表面積比同様に考えられないだろうか。 相似な立体の体積比から体積を比べよう</p>	<ul style="list-style-type: none"> 身近な素材を取り扱うことで相似比を使って体積を調べる方法に関心をもつ。 全体追究で体積比を求める足掛かりを確認する。 基本的な相似な立体を選択して考察することで、個の実態に応じて演繹的に相似比から体積比が求められることの理解を深める。
展	<p>2. 課題追究をする。 相似比が $m : n$ の直方体の体積比はどうなるだろう。 ・直方体Aの縦、横、高さを $m x$、$m y$、$m z$ とおくと直方体Bの縦、横、高さを $n x$、$n y$、$n z$ となる。 ・それぞれ体積を求め、体積比にすると 直方体A : 直方体B = $m^3 x y z : n^3 x y z$ = $m^3 : n^3$</p>	<p>研究内容(1)ーア 相互説明による論理的思考の明確化 個別に追究した相似である基本的な立体についてペアで説明しあう場を設定する。その際、立体の長さを文字に置いたら二つの立体の体積がそれぞれ求められることと求められた立体の体積を比で表すと比の計算がどうなったかを説明させることで、どの立体でも同じように体積比が3乗になることを確認する。</p>
開	<p>3. 課題を深める。 相似な立方体、円柱、正四角錐、球の体積比はどうなるだろう。 【個人追究】 ・立方体A : 立方体B ・円柱A : 円柱B $m^3 x^3 : n^3 x^3$ $\pi m^3 h r^2 : \pi n^3 h r^2$ = $m^3 : n^3$ = $m^3 : n^3$ ・正四角錐A : 正四角錐B ・球A : 球B $\frac{1}{3} m^3 h x^2 : \frac{1}{3} n^3 h x^2$ $\frac{4}{3} \pi m^3 r^3 : \frac{4}{3} \pi n^3 r^3$ = $m^3 : n^3$ = $m^3 : n^3$ 【ペア交流・全体交流】 ・相似比が $m : n$ の $\bigcirc\bigcirc$A と $\bigcirc\bigcirc$B の体積は…なので体積比は $m^3 : n^3$ ・どの立体でも相似比の3乗になった。 相似比が $m : n$ である相似な立体の体積比は $m^3 : n^3$</p>	<p>考察の明確化 個別に追究した相似である基本的な立体についてペアで説明しあう場を設定する。その際、立体の長さを文字に置いたら二つの立体の体積がそれぞれ求められることと求められた立体の体積を比で表すと比の計算がどうなったかを説明させることで、どの立体でも同じように体積比が3乗になることを確認する。 ・利用問題の前に評価問題を位置付け生徒の思考の流れをつなげる。</p>
終	<p>4. 評価問題に取り組む。 正四角柱でも体積比が相似比の3乗になることを説明しよう。 正四角柱A : 正四角柱B $(m x)^2 \times m y : (n x)^2 \times n y$ = $m^3 x^2 y : n^3 x^2 y$ = $m^3 : n^3$</p>	<p>【評価規準】〈思考判断表現〉 相似比が $m : n$ になる様に正四角錐の各辺の長さを置き、それぞれの体積比 $m^3 : n^3$ を導くことができる。 評価方法 授業ノート</p>
末	<p>5. 利用問題をする。 【全体追究】 小さいアイスクャンディの体積が 30 cm^3 の時、大きいアイスクャンディの体積はどれだけか。 $4^3 : 8^3 = 30 : x$ $1 \times x = 8 \times 30$ 答え) 240 cm^3 【個人追究】 教科書P166Q2 相似比と体積比の値を明確にして解こう。 ・相似比 円柱ウ : 円柱エ = $8 : 10 = 4 : 5$ 体積比 円柱ウ : 円柱エ = $4^3 : 5^3 = 64 : 125$ ・体積 $64 : 125 = 128 \pi : x$ $64 x = 125 \times 128 \pi$ $x = 250 \pi$</p>	<p>研究内容(2)ーイ 論理的思考の足跡を焦点化させた確認問題 2つの正四角柱の辺を相似比が $m : n$ になるように設定することとそれぞれの体積を比に表すことで最終的に $m^3 : n^3$ に変形することができる。 ・体積比を使って体積を求める方法を確認する。</p>

数学科 公開授業 指導案

〈授業者〉 久保田修	〈公開学級〉 3年A組	〈場所〉 3階3年A組教室
------------	-------------	---------------

- 1 単元名 相似と比 「相似な立体の体積」 (本時 19 / 24)
- 2 教材について

本単元は、三角形の相似条件などを用いて図形の性質を論理的に確かめ、数学的な推論の必要性や意味及び方法の理解を深め、論理的に考察し表現する力を養う。また、基本的な立体の相似の意味を理解し、相似な図形の性質を用いて図形の計量ができるようにすることをねらっている。

平面図形についての相似の意味から類推することで、柱体や錐体などの基本的な立体についての相似の意味を理解した上で、本時は相似な立体の体積比は相似比の3乗に等しくなっていることを理解できるようにする。また、ある図形の体積が分かっているとき、その図形と相似な図形の体積をもとの図形との相似比を元にして求めることができるようにすることをねらっている。

前時までに相似な平面図形の学習を通して、相似な図形の性質や相似比を使った論証の仕方を学んできている。また、後半で行う相似比を使った体積比を求める考え方の素地となるように相似比を使った面積比の活用方法も学習してきた。こうした学習を基にして、相似比を使って証明を行うことで、相似な立体の体積比を帰納的に証明する力と、立体の体積を相似な図形の体積比を利用して求める力を伸ばしていきたい。

- 3 研究に関わって

生徒の実態として、個人追究において論理的に説明をすることに弱さが見られる。そこで、それまでの学習から全体での考察を行い、見通しをもつことで類題を個別追究したり、生徒同士の自由な交流をさせたりすることで、論理的な思考の不足部分を補うことができた。本時において確かな学力を身に付けるために以下の手立てを講じたい。

研究内容(1)主体的・対話的な追究活動の工夫

ア：相互説明による論理的思考の明確化

直方体による体積比の全体追究の後に、柱体や錐体などの体積比を個人追究し相互に交流することで、帰納的に体積比の性質を論理的に思考する力を付けたい。全体交流前に、ペアで自分で取り組んだ基本的な図形の計算結果からわかることの説明をすることで、それぞれの図形の体積を求める式の記述で終わらない様にする。そして、直方体の体積比と同様に考えられる根拠を明確にする場を位置付けたい。

手立て① 自分で選択した相似な立体の相互説明による論理的思考の明確化

研究内容(2)自己肯定感の向上を促す終末の工夫

イ：論理的思考の足跡を焦点化させた確認問題

相似な立体の体積比を4つの図形を通して証明した後で、さらに正四角柱の場合で証明を書く終末問題を行う。ペア・全体交流を通して個人追究で深めた説明を確かなものにした上で、再度別の図形について書くことで論理的な思考の定着を図りたい。また、本時の学習に付随する体積比を使った計算問題の前に評価問題を位置付け、生徒の思考の流れを止めないように配慮したい。

手立て② 論理的思考の足跡を焦点化させた類題による学習内容の定着

4 本時のねらい

基本的な相似な立体の体積比を求めることを通して、相似比から体積比が求められることを知り、相似な立体の一方からもう片方の立体の体積を求めることができる。

5 本時の展開

	学習活動	指導・援助 留意点
導入	<p>1. 素材をつかむ。 高さが4 cmと8 cmの相似な大小の直方体のアイスクャンディがある。大きい方は小さい方の何本分の量があるだろう。 ・体積比は表面積比同様に考えられないだろうか。 相似な立体の体積比から体積を比べよう</p>	<ul style="list-style-type: none"> 身近な素材を取り扱うことで相似比を使って体積を調べる方法に関心をもつ。 全体追究で体積比を求める足掛かりを確認する。 基本的な相似な立体を選択して考察することで、個の実態に応じて演繹的に相似比から体積比が求められることの理解を深める。
展	<p>2. 課題追究をする。 相似比が $m : n$ の直方体の体積比はどうなるだろう。 ・直方体Aの縦、横、高さを $m x$、$m y$、$m z$ とおくと直方体Bの縦、横、高さを $n x$、$n y$、$n z$ となる。 ・それぞれ体積を求め、体積比にすると 直方体A : 直方体B = $m^3 x y z : n^3 x y z$ = $m^3 : n^3$</p>	<p>研究内容(1)ーア 相互説明による論理的思考の明確化 個別に追究した相似である基本的な立体についてペアで説明しあう場を設定する。その際、立体の長さを文字に置いたら二つの立体の体積がそれぞれ求められることと求められた立体の体積を比で表すと比の計算がどうなったかを説明させることで、どの立体でも同じように体積比が3乗になることを確認する。</p>
開	<p>3. 課題を深める。 相似な立方体、円柱、正四角錐、球の体積比はどうなるだろう。 【個人追究】 ・立方体A : 立方体B ・円柱A : 円柱B $m^3 x^3 : n^3 x^3$ $\pi m^3 h r^2 : \pi n^3 h r^2$ = $m^3 : n^3$ = $m^3 : n^3$ ・正四角錐A : 正四角錐B ・球A : 球B $\frac{1}{3} m^3 h x^2 : \frac{1}{3} n^3 h x^2$ $\frac{4}{3} \pi m^3 r^3 : \frac{4}{3} \pi n^3 r^3$ = $m^3 : n^3$ = $m^3 : n^3$ 【ペア交流・全体交流】 ・相似比が $m : n$ の $\bigcirc\bigcirc$A と $\bigcirc\bigcirc$B の体積は…なので体積比は $m^3 : n^3$ ・どの立体でも相似比の3乗になった。 相似比が $m : n$ である相似な立体の体積比は $m^3 : n^3$</p>	<p>相互説明による論理的思考の明確化 個別に追究した相似である基本的な立体についてペアで説明しあう場を設定する。その際、立体の長さを文字に置いたら二つの立体の体積がそれぞれ求められることと求められた立体の体積を比で表すと比の計算がどうなったかを説明させることで、どの立体でも同じように体積比が3乗になることを確認する。 ・利用問題の前に評価問題を位置付け生徒の思考の流れをつなげる。</p>
終	<p>4. 評価問題に取り組む。 正四角柱でも体積比が相似比の3乗になることを説明しよう。 正四角柱A : 正四角柱B $(m x)^2 \times m y : (n x)^2 \times n y$ = $m^3 x^2 y : n^3 x^2 y$ = $m^3 : n^3$</p>	<p>【評価規準】〈思考判断表現〉 相似比が $m : n$ になる様に正四角錐の各辺の長さを置き、それぞれの体積比 $m^3 : n^3$ を導くことができる。 評価方法 授業ノート</p>
末	<p>5. 利用問題をする。 【全体追究】 小さいアイスクャンディの体積が 30 cm^3 の時、大きいアイスクャンディの体積はどれだけか。 $4^3 : 8^3 = 30 : x$ $1 \times x = 8 \times 30$ 答え) 240 cm^3 【個人追究】 教科書P166Q2 相似比と体積比の値を明確にして解こう。 ・相似比 円柱ウ : 円柱エ = $8 : 10 = 4 : 5$ 体積比 円柱ウ : 円柱エ = $4^3 : 5^3 = 64 : 125$ ・体積 $64 : 125 = 128 \pi : x$ $64 x = 125 \times 128 \pi$ $x = 250 \pi$</p>	<p>研究内容(2)ーイ 論理的思考の足跡を焦点化した確認問題 2つの正四角柱の辺を相似比が $m : n$ になるように設定することとそれぞれの体積を比に表すことで最終的に $m^3 : n^3$ に変形することができる。 ・体積比を使って体積を求める方法を確認する。</p>

