

第2学年 数学科学習指導案

1 単元名 平行と合同

2 指導の立場

(1) 教材について

小学校で図形について学習している。ただし、小学校での図形の学習は、操作的な活動や直観的な取り扱いが中心であり、図形に対する興味や関心を引き起こすことに重点が置かれている。中学校第1学年では、平面や空間図形について基本的な作図の方法を工夫したり、与えられた条件を満たす図形を作図したりする。また、操作や実験的な活動を通して図形に対する直観的な見方や考え方を伸ばすとともに、論理的に考察する基礎を培う。

第2学年では図形領域において、本格的に数学的な論証の意義や方法を学習する。数学的な論証には、帰納・類推・演繹の3つの方法があり、帰納・類推については小学校段階から学習し、図形の性質を見つけていくのに役立っている。しかし、帰納・類推による根拠だけでは、反例の存在により見つけた図形の性質が否定される場合がある。そこで、本格的に演繹的な論証を学習する第一歩である本単元では、既習の図形の性質の内容を受けて、探究的な数学的活動の中で、図形に対する直観的な見方から、図形の性質の考察における論理的方法の理解を深め、論証の過程を表現するための基本的な能力を養う。

(2) 生徒の実態と願う姿

最近、生徒の生活の中で特に気になることは、「自ら進んで物事を考え、自分の言葉で表現する力が身に付いていない」ことである。数学の学習では、1つの問題を追究するとき、既習の知識を用いて数学的な見方や考え方を駆使し、努力する過程の中で、学ぶ喜びが生まれてくるものと考えている。しかし、現実の生徒たちは、自分の見方や考え方、感じ方を大切にできなかったり、既習の知識の乏しさから受動的になり易かったりして、問題が理解できないことも多くある。従って、思考が散漫で思いつきやなんとなくそうなるといった感じで処理してしまい、根拠を理解していない。また、根拠は理解しているが、順序立てて説明ができない。などの理由から追究する力が弱く、その力のなさが、学ぶ喜びをかき消していると考えている。多面的に物事を見る力や論理的に考える力など、創造性の基礎を培うことが大きな柱である数学にとって見逃すことができない実態である。これらの実態を教師の指導上の問題として受け止め、

- ① 新しい事実を既習の内容と関連付けて自分で考え抜き、課題解決に生かそうとする姿、
- ② 自分の考えを筋道立てて話し、仲間と交流し合い、他から学ぼうとする姿、
- ③ よりよい方法や多様な考え方を見つけ出そうとする姿

を願う姿として、それらを意図的に指導、評価していくことが必要になってくると考えた。

(3) 指導にあたって

次の手だてをもって指導に当たれば、一人一人の生徒が数学的な見方や考え方を伸ばし、1つの事象に対して自ら学び合える力が身に付き、充実感が味わえると考えている。

○具体的な授業改善（指導・援助）の手立て

- ・ 既習の知識・技能を手立てとして課題追究させる。そのことにより、基礎的・基本的な知識・技能を習得でき、数学的な見方や考え方のよさが感得できる。
- ・ 数学的な見方や考え方のよさが感得できる 数学的活動や発問、指名、認め励ましなどを工夫する。

《本時において》

★ 既習の知識や技能とは・・・①平行線の性質（錯角・同位角） ②三角形の外角の性質 ③三角形の内角の和は 180°

☆本時の追究するための基となるものは、既習の知識や技能である。

①その既習の知識や技能、つまり前提条件をはっきりさせる。

②本時の手法 ⇒ 前提条件、補助線を使うことにより課題解決の糸口となる。

★数学的活動とは・・・..調査的、作業的な数学的活動を通して、帰納的な方法で確かめることができる。
探究的な数学的活動を通して、課題を追究することができる。

☆本時の調査的、作業的な数学的活動 (①切る。 ②実測する。 ③いろいろな図形をかく。)

☆本時の探究的な数学的活動 (くさび形の3つの角を一ヶ所に集め、3つの角の和になることを示す。そのためには補助線を引き、平行線の性質や三角形の外角の性質を使い、演繹的に説明させる。)

3 研究主題との関わり

◇研究内容Ⅰ「仲間と共に学び深める学習集団の育成」

①互いに考えを伝え合うための「聞くこと・話すこと」を充実させる工夫

本時は、くさび形の角に関する性質を見付け、三角形の内角の和が 180° になることを説明した既習経験を生かして、説明(表現)する時間である。自分の見付けたことを、仲間に分かりやすく伝えるために、図を指し示しながら黒板の前で説明させたり、全体で交流する前にペアで説明し合う場を設定したりしながら、仲間によく伝えられるようにしていきたい。自分の言葉で表現することに重きを置いた1時間にするために、全員が1つの方法で説明できることを出口とし、できる生徒については、多様な説明の仕方に挑戦させたいと考える。

◇研究内容Ⅱ「知識・技能、見方や考え方が活用できる授業の工夫」

②活用することを実感するための指導の工夫

前時までの学習を手がかりとして、その子なりの根拠で課題追究をさせることが、テーマに迫る手立てだと考え、次のようなことを大切にしてい取り組んできた。

◎つかむための手立て

つかむ段階で大切なことは、どの生徒も問題を理解することが大切だと考え、素材提示の仕方を工夫してきた。「前の～と似ている」「前の～を使えばできそうだ」「いろいろな方法で考えてみよう」と自らの力で解こうと意欲をもたせることが大切であると考え、見通しに時間をかけてきた。

本時では、くさび形の角に関する性質($\angle a + \angle b + \angle c = \angle d$)であることを「どんなくさび形でも言い切る説明の仕方を考えるために、三角形の内角の和が 180° であることを説明した経験を生かし、使えそうな既習の学習内容の組み合わせを考えさせることにより興味をもって取り組ませたい。

◎追究するための手立て

課題をはっきりとさせて、個人追究をさせ、できたら認め励ましてきた。間違いは、価値ある間違いとなるように、また、1つの解き方にこだわらず、多様な考えを出させることを心がけてきた。

本時では、いずれの生徒も演繹的に考える中で、仲間の考え方が自分と同じなのか、違うのかを考えながら聞くことを大切にしたい。1つの方法で説明できた生徒は、他の考え方で説明できないかを考え

◎まとめを生かすための手立て

大切な考え方を板書にまとめた後、ノートに書き込んだり、自分なりの学習ポイントをまとめたりして、学習をいつも振り返り、次の学習に生かせるようにしたい。

本時では、どんな補助線をどこに引けば、既習の学習内容を使うことができたのかを、ペアで説明し合う活動で確認したい。そして、説明することの良さを体感させ、演繹的に考える意欲を高めたい。

4 単元構想図

2年『平行と合同』

【単元のねらい】

観察、操作や実験を通して、基本的な図形の性質を見だし、平行線の性質や三角形の合同条件などをもとにして確かめ、論理的に考察することができる。

【単元で付ける力】

証明の意義や方法を理解し、基本的な図形の性質を論理的に明らかにしていく力。

【単元終了時に生徒が身に付ける知識・技能、見方や考え方】

あることがらが成り立つことを証明するためには、実験や実測で調べることが大切だけど、いつでも言えるとは限らない。図形の性質や三角形の合同条件を根拠として筋立てて説明することで、どんな図形でも説明できることが分かる。

第1節 「角と平行線」

数学的な
考え方

○図形にふくまれる角についての性質を見だし、平行線の性質や三角形の角の性質をもとにして演繹的に説明していく。また、三角形の合同条件の意味を理解し、図形の性質の証明に活用していく。

第2・3節 「角と平行線」

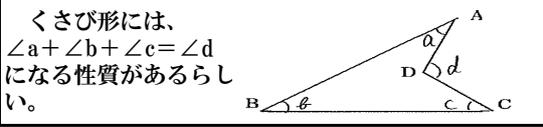
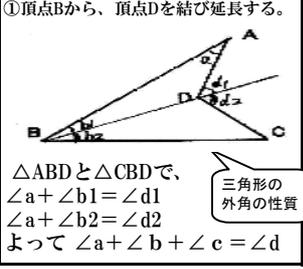
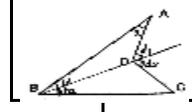
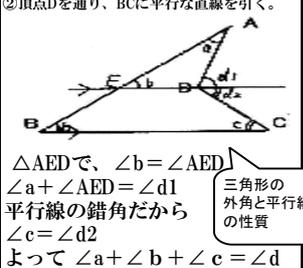
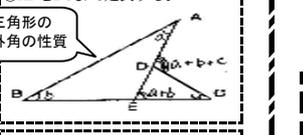
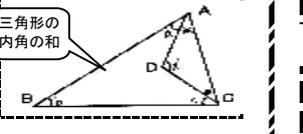
基礎的・基本的な内容	単位時間の配列とねらい			
〈活用する〉 ・実験や実測により、図形における性質を予測し、見つけ出すこと ・図形の性質の調べ方には、実験実測による方法や、演繹的に説明する方法があることを知り、演繹的な説明の良さを実感すること ・代表的な多角形の角についての性質が成り立つことを説明すること	⑦くさび形の角 くさび形の角に関する性質を説明するとき、いくつかの補助線の引き方があることに関心をもち、いずれも既習内容を活用するための補助線であることに気づき、くさび形の角に関する性質を説明することができる。(考・技)	⑧星形の角 I 星形の図形の角度を測り、星形の先端の角の和が 180° になることを予測し、その性質を説明するためには、これまでに学習した図形の性質を用いて説明するという見通しをもつことができる。(関・考)	⑨星形の角 II 星形の図形の中に平行線の角や三角形の内角や外角を見だし、それらの図形の性質を根拠にして、先端の角の合計が 180° であることを説明できることが分かり、既習の図形の性質を用いて、新しい図形の性質を説明していく見方や考え方を深める。(考・知)	
〈習得する〉 ・多角形の角に関する問題を、 n 角の内角や外角の性質を利用して解くこと ・対頂角や平行線の同位角や錯角を使って、角の大きさを求めること	○多角形の角や平行線の角を求める 図形の角を求める問題に対して、多角形の角の性質や、平行線の角の性質を用いて、手際よく問題を解き、既習内容を確実に定着させる。(技)			
〈分かる〉 ・「この性質はいつでも成り立つのか」と考え、演繹的に説明すること ・対頂角の意味とその性質を知ること ・同位角と錯角の意味とその性質を知ること ・平行な2直線のもつ性質や、2直線が平行であるための条件を、同位角や錯角に着目して調べること ・三角形の内角や外角についての性質を平行線の性質をもとに説明すること ・性質を説明するとき用いる多様な考え方に関心をもち、より分かりやすい考え方を積極的に評価すること	①対頂角の性質 対頂角の大きさが等しいことを、対頂角を多角形の1つの頂点にできる2つの外角と見たり、直線の角は 180° であることを利用したりして、既にはつきりしている性質を用いて説明できることが分かる。(考・知)	②平行線の性質 平行な2直線に1つの直線が交わるとき、平面上の1本の直線に垂直な2本の直線に着目して同位角が等しくなることに気づき、このことから錯角も等しくなることが説明できることが分かる。(考・知)	③平行線であるための条件 2直線に他の直線が交わってできる同位角が等しければ、この2直線は平行であることを根拠に、2直線に他の直線が交わってできる錯角が等しければ、この2直線が平行になることが説明できる。(考・技)	④三角形の内角と外角 三角形の1つの頂点を通り1つの辺に平行な補助線を引くことで、三角形の内角や外角を平行線の角と見ることができることに気づき、三角形の内角や外角の性質を説明することができる。(考・技)
〈興味をもつ〉 ・多角形が、いくつかの三角形を組み合わせてできた図形として考えられること ・多角形の内角と外角の和が帰納的に導き出せることに興味をもち、それらが一般的に成り立つ理由を考えようとする	⑤多角形の内角の和 多角形がいくつかの三角形を組み合わせてできた図形であることに気づき、多角形の内角の和を、三角形の内角の和を用いて帰納的に導き出すことができることを理解し、図形における様々な性質を見だし、理由を説明していくことに興味をもつ。(関・考)	⑥多角形の外角の和 多角形の1つの頂点における外角と内角の和が 180° であることから、外角の和は 180° に頂点の数をかけた値から内角の和を引けば求められることに気づき、図形における性質を演繹的に説明していくことへの興味をもつ。(関・考)		
〈確認する〉 ・図形を、直線や円の位置関係に着目して調べること ・図形を対称という見方で調べ、対称な図形をかきこと ・基本的な作図の意味と方法を確認し、作図の手順を帰納的に説明すること	○既習の学習内容の確認 図形を直線や円の位置関係に着目して調べ、図形の内容を確認するとともに、基本的な作図をすることにより、その意味と方法を帰納的に説明することができる。(考・知)			

基礎的・基本的な内容	単位時間の配列とねらい	
〈活用する〉 ・合同な三角形の性質を用いて、測定できない長さを求めること ・仮定と結論や、証明のよりどころとなる既習内容を明らかにして、演繹的に証明していくこと	⑬橋の長さ 直接長さを測れない場所の2点間の距離は、その長さを含む三角形と合同な三角形を作図して、対応する長さを測れば求められるという考え方で、地図上の2点間の距離を測定することができる。(考・技)	⑭証明の利用 紙テープを折り返した図形の中に現れる性質を見つけ、どんな幅のテープでも同じ性質が成り立つことを、仮定と結論をはっきりさせて証明することができる。(考・技)
〈習得する〉 ・三角形の合同条件を使って、複数の図形の中から合同な三角形の組を見つけること ・三角形の組を見つけること ・証明の過程を適切に表現すること ・仮定や結論を、記号を使って表すことができること	⑮合同な三角形を見つける いくつかの三角形の中から合同な三角形の組を選び出すことを通して、数値が分かっている辺の長さや角の大きさが、三角形の合同条件を満たしているかどうかを判断することで、合同な三角形を見つけ出すことができる。(技)	⑯証明のしくみ 簡単な図形の性質を証明することを通して、仮定と結論の意味を知り、既に正しいと分かっている性質を用いて、仮定と結論を結びつけることが証明であることが分かる。(考・知)
〈分かる〉 ・合同な三角形のかき方を考え、三角形の合同条件を見つけ出すこと ・三角形の合同条件とその使い方を理解すること ・図形の性質を証明するのに、三角形の合同条件を使おうとすること ・すでに正しいと認められた事柄を根拠として、新しく見つけた図形の性質を証明すること ・図形の性質を、三角形の合同条件を使って説明することができること ・証明の意味と手順を理解すること ・証明のしくみや道筋、そして証明に用いることができる性質をまとめられること ・仮定、結論や証明のよりどころを明らかにして演繹的に証明すること	⑰三角形の合同条件 II 2組の辺と1組の角がそれぞれ等しい三角形でも、合同にならない場合があることに気づき、「2組の辺とそのはさまる角がそれぞれ等しい」という条件内の「はさまる角」でなければならないことが分かる。(考・知)	⑱作図と証明 角の二等分線の作図が正しいことを説明するとき、図形の中に合同な三角形を見だし、仮定と結論を明確にして三角形の合同条件を用いて説明できることが分かる。(考・技)
〈興味をもつ〉 ・2つの図形が合同であることの意味を知ること ・合同な図形の対応する辺と角は等しいこと ・2つの図形が合同であるための条件に関心をもち、記号三を使って合同な図形を表すこと	⑫三角形の合同条件 I ある三角形と合同な三角形をかき、全ての対応する辺の長さや角の大きさの条件を測定しなくても、いくつかの条件が揃えば合同な図形になることに気づき、三角形の合同条件としてまとめられること。(考・知)	⑲三角形の合同条件の使い方 複数の直線が交わる図形に表れる性質を証明するために、根拠として合同な三角形を用いるの必要性に気づき、三角形の合同条件を用いて、筋道立てて説明できることが分かる。(考・技)
〈興味をもつ〉 ・重ね合わせたときぴったりと重なる2つの図形を合同ということがわかり、対応する角の大きさや辺の長さを測り、その大きさが等しくなることに気づき、合同な図形についての関心を深める。(関・知)	⑩形と大きさが同じ図形 重ね合わせたときぴったりと重なる2つの図形を合同ということがわかり、対応する角の大きさや辺の長さを測り、その大きさが等しくなることに気づき、合同な図形についての関心を深める。(関・知)	⑪多角形の合同 2つの多角形が、合同であるかを考えることにより、対応する辺の長さが等しく角の大きさも等しい図形が、合同な図形になることが分かる。(関・知)

【単元を貫く課題】 『図形の性質がいつでも成り立つことを説明するにはどうすればよいだろうか』

5 本時のねらい くさび形の角に関する性質を説明するとき、補助線を引いて既習内容を活用すればよいことに気づき、くさび形の角に関する性質を説明することができる。

6 本時の展開 (7/11)

	学習活動	指導・援助
つかむ	<p>・3分間学習で、既習内容について確認する。</p> <p>①. 素材を提示する</p> <p>くさび形には、$\angle a + \angle b + \angle c = \angle d$ になる性質があるらしい。</p> 	<p>・素材から見つけたこととして、自由に発言する中で、本時の課題を生み出す。(素材には性質部分を空白しておく)</p> <p>・$\angle a, \angle b, \angle c,$ と $\angle d$ の関係を直感で見つけた生徒を認める。</p>
見通す	<p>②. 問題解決の見通しをもつ</p> <p>・$\angle a + \angle b + \angle c = \angle d$ になると思う。</p> <p>・小学校で学んだこと(切って並べる)を示して確認する。</p> <p>発問 「切って並べたり、実測したりする方法ではどんなくさび形でも言えるとは言いきれない。どんなくさび形でも絶対に $\angle a + \angle b + \angle c = \angle d$ であることを説明する方法はあるのだろうか」</p> <p>・切って並べる図をもとにして考えられないかを考える。</p> <p>・三角形の外角の性質 ・平行線の同位角・錯角の性質 ・三角形の内角の性質 が使えると思う。</p> <p>③. 課題を把握する</p> <p>くさび形の角について $\angle a + \angle b + \angle c = \angle d$ であることを、これまでに学習した内容を用いて説明しよう。</p>	<p>・素材からどんなくさび形でも、$\angle a + \angle b + \angle c = \angle d$ であることを実測によって確認させる。</p> <p>・黒板のくさび形で、切って並べる方法で3つの角が $\angle d$ と等しくなることを確認する。切って並べる方法の問題点を想起させる。</p> <p>・実測や切って並べる方法では言い切れない理由を確認する。 (実測した値は誤差がある) (毎回調べる必要が出てくる) (いろいろなくさび形がある)</p> <p>言い切れない理由 ※すべてのくさび形で言えないといけない。</p> <p>・習った学習内容を利用して、1つの頂点($\angle d$)に、残りの3つの角を移動すればよい</p> <p>・本時、使えそうな既習内容に着目させ、$\angle d$ に3つの角を集めることを図から示す。 ・ぴったりということは、0.001° の誤差もないことを押さえながら、意欲付けを図る。</p>
考える	<p>④. 個人追究と集団追究をする</p> <p>【演繹的に考える生徒】T1</p> <p>①頂点Bから、頂点Dを結び延長する。</p>  <p>$\triangle ABD$ と $\triangle CBD$ で、 $\angle a + \angle b_1 = \angle d_1$ $\angle a + \angle b_2 = \angle d_2$ よって $\angle a + \angle b + \angle c = \angle d$</p> <p>【操作活動で確かめる生徒】T2</p> <p>① 切って並べる。</p>  <p>・実測する</p> <p>② 頂点Dを通り、BCに平行な直線を引く。</p>  <p>$\triangle AED$ で、$\angle b = \angle AED$ $\angle a + \angle AED = \angle d_1$ 平行線の錯角だから $\angle c = \angle d_2$ よって $\angle a + \angle b + \angle c = \angle d$</p>	<p>・黒板には、見通しをもたせるために、既習事項を示しておく。</p> <p>・机間指導で生徒の考えを把握し、指名して説明の準備をさせる。(画用紙)</p> <p>・説明が書けた生徒は、多様な考え方に目を向けさせる。</p> <p>・既習内容のどんな性質を使うために補助線を引いたのかを大切にする。</p> <p>☆《活用力をはぐくんだ生徒の姿》</p> <p>図形の性質を使って、角度と1点に集めるために、補助線を引いて図形の性質を使う姿</p> <p>〈手だて①〉</p> <p>・「どうしてその補助線を引こうとしたのか」と問うことで、既習の図形の性質を使えばよいことに気付くようにする。</p> <p>・実測では、言い切れない理由が分かり、切って並べた図と補助線を結びつけたか。(角を1ヶ所に集める)</p> <p>〈手だて②〉</p> <p>・操作活動と切って並べた教具を示す。 ・補助線を引き、使えそうな性質を見つける。(生徒の実態に合わせて学習形態を支持する) ・八つ切り画用紙に考えをまとめさせ、ペア(グループ)で交流する。</p> <p>・教室の後ろで学習していた生徒も合流してから全体交流を行う。自分の考え方が誰と同じなのかを考えながら、交流する。</p> <p>【ゆさぶり】</p> <p>・2つの説明に共通していること(補助線の意味)を理解させる。</p>
深める	<p>③ADをBCまで延長する。</p>  <p>④頂点Aと頂点Cを結ぶ。</p>  <p>・どんな考え方で説明したか発表する。</p> <p>★①と②の考え方に共通していることは何だろう。</p> <p>①も②も共に、習ったことを活用するために補助線を引き、①は三角形の外角の性質、②は三角形の外角の性質と平行線の錯角の性質) 3つの角を1ヶ所に集めている</p>	<p>☆《評価規準》 「数学的な見方や考え方」</p> <p>$\angle a + \angle b + \angle c = \angle d$ になること(くさび形の角の性質)を演繹的に考えようとする数学的な見方や考え方を身に付けている。</p> <p>〈手だて〉</p> <p>・補助線をどこに引くかを考える。 ・補助線を引く目的は何かを考える。</p> <p>・本時、大切にしたい考え方をノートにまとめる。 ・どんな性質を使ったのかをはっきりとさせて説明し合う。 ・他のどんなくさび形でも、1つの説明の仕方であてはめることができることを押さえる。(頂点Dが動いて変形しても説明できる)</p> <p>・黒板にまとめた言葉を写すのではなく、自分の言葉でまとめる。あくまでも、本時は指を指示して説明することに重きを置く。</p>
まとめる	<p>⑤. まとめをし、振り返る</p> <p>・くさび形の不思議な性質とは、どんなくさび形でも $\angle a + \angle b + \angle c = \angle d$ である。</p> <p>・今までに習った図形の性質を使えば、いつでもどんなくさび形でも説明できる。</p>	