

# 第 1 学年 数学科学習指導案

## 1 単元名 「量の変化と比例，反比例」

### 2 指導の立場

#### (1) 単元・題材について

本単元の主なねらいは，具体的な事象の中にある二つの数量を見だし，それらの間の変化や対応について調べ，関数関係を見だし表現し考察する能力を培い，比例，反比例を関数としてとらえ直すことができるようにすることである。

小学校算数科において，ともなって変わる二つの数量の関係を考え，その特徴や傾向を表したり読み取ったりする学習を行っている。比例については，表，式，グラフを用いて特徴を調べたり，問題解決に利用したりしている。反比例については，比例についての理解を一層深めることをねらいとして，その関係について学習している。それらを基盤として，本単元のねらいに迫る。

本単元では，最初に具体的な事象の中からともなって変わる 2 つの数量に着目し，その特徴から関数を定義する。また，その関係を表やグラフ，式に表現して特徴を考察する方法について学習する。次に，「比例」の関係に着目し，変数概念を明確化して，変域を負の数まで拡張し，より一般的に，形式的に考察する。その際，比例を変数の対応関係に重点をおいた式によって定義しなおす。また，グラフを座標平面に表す方法を学ぶ。その後，「反比例」の特徴を比例と比較しながら学習する。最後に，関数や比例，反比例の見方や考え方を，活用できるようにする。

本単元を通して育てた関数的な見方や考え方をもとに，一次関数について理解していくことになる。

また，本時は与えられた条件や比例のグラフから， $x$  と  $y$  の関係を表す式を求める学習である。「 $y$  が  $x$  に比例することが分かっていて，1 組の  $x$ ， $y$  の値が得られている場面」「 $x$  と  $y$  のグラフが直線で，原点以外の通る点の座標が分かる場面」の 2 つの場面で，式を求められるようにする。生徒は小学校算数科において，1 あたりの変化量に着目して比例定数にあたる定数を求める学習を行っている。本時は，1 あたりの変化量ではなく，比例の式  $y = ax$  に，対応する  $x$  と  $y$  の組を代入することでも式を求められることに気付かせたい。そのため，最初にグラフを用いない前者の場面を扱う。この考え方を学ぶことによって，グラフから式を考える場面でも，グラフが通る点の座標をもとにして式を求めることができるようにする。

#### (2) 生徒の実態について

本時の学習に関連する内容について，生徒の理解度を把握するため，レディネステストを実施した。その結果は，以下のようであった。

| 問題                                                               | 正答率 |
|------------------------------------------------------------------|-----|
| ともなって変わる 2 つの量で，一方の量が増えともう一方の量が増えるものを選ぶ問題                        |     |
| ともなって変わる 2 つの量で，一方の量が増えともう一方の量が減るものを選ぶ問題                         |     |
| 正方形の 1 辺の長さ $x$ cm と周りの長さ $y$ cm の関係を問う問題                        |     |
| 面積が $24$ cm <sup>2</sup> の長方形の横の長さ $x$ cm とたての長さ $y$ cm の関係を問う問題 |     |
| 車が時速 $80$ km で進むときの進んだ時間 $x$ 時間と進んだ道のり $y$ km の関係を問う問題           |     |
| 具体的な場面で， $x$ と $y$ の関係を表に表す問題                                    |     |
| 表をもとにして比例の関係を見いだす問題                                              |     |
| $x$ と $y$ の関係を式で表す問題                                             |     |

#### (3) 指導にあたって

レディネステストでは， と の問題の正答率が著しく低い結果となった。 は一方の量が増えとそれにとともなってもう一方の量が減るものを選ぶ問題で，不正解者は『面積が  $24$  cm<sup>2</sup> の長方形の「横の長さ」と「縦の長さ」』を選択することができなかった。その要因としては，面積や辺の長さを変数としてとらえることに難しさがあるのではないかと考える。また， は底辺が  $8$  cm の三角形があって，高さ  $x$  cm を変えていったときの面積  $y$  cm<sup>2</sup> の変わり方について，表， $y$  が  $x$  に比例し

ていることが分かっているときに、 $x$ と $y$ の関係を式で表すという問題である。多くの間違いは、 $y = ax$ という形の式になっていなかったり、約分をしていなかったりという間違いが多かった。それとは別に、 $x \times y$ と答える生徒も4人いた。式と表を関連付け、関係を様々な表現を用いて表す力をつける必要があると考える。そこで、本単元を通して常に表、式、グラフを関連付けて指導を進めていく。本時も、グラフから式を考える問題がある。なぜそのグラフが比例のグラフだと判断できるのかを確認した上で式に表したり、比例定数がグラフのどこに現れていたかを確認したりして、グラフと式を関連付けた指導を行う。

### 3 研究主題「できる・分かる喜びを自信に変えて学び続ける生徒の育成」とのかかわり

#### 【研究内容1】 教科間での共通事項・終末の10分の持ち方を工夫する

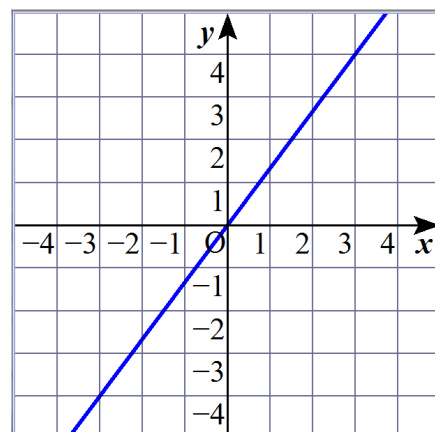
「西濃の授業、これだけは」に合わせて、終末に10分程度の時間を確保する。本時終末の10分は、教科書P.138,139 Q1,2の類題を評価問題として扱う。問題は、本時の素材と同程度の難易度とし、全員が自信をもって正答できる姿を目指す。また、問題をただ解くだけではなく、解いた後に他の生徒に説明をするという活動を位置付ける。他の生徒の説明を聞いて、自分の考えの確かさを実感したり、自分の考えを説明して相手に理解してもらえたという経験を通して自信をもったりできるようにすることがねらいである。

教師は机間巡視を行い、問題が解けない生徒には、「何をどの式に代入するのか」「どのように計算したらよいのか」などを生徒に問いかけながら、本時まとめた式の求め方に沿って生徒が考えられるように助言する。それでも分からない場合には教師が説明し、その手順で式を求めさせる。また、全員が問題解決に至ったあとは、説明がうまくできない生徒に対し、順序だてて話したり、用語を正しく使って話したりできるように助言し、正しく説明できるようにする。説明した相手にはサインをしてもらい、説明する意欲をもてるようにする。また、相手が理解できるように話せたかどうかを自己評価する項目をつくり、本時の学びを振り返ることができるようにする。

#### <評価問題> 教科書P.138,139 Q1,2の類題

- (1)  $y$ が $x$ に比例している。 $x = -4$ のとき、 $y = 24$ である。  
 $x$ と $y$ の関係を表す式を書きなさい。

- (2) グラフが右の直線であるとき、 $x$ と $y$ の関係を表す式を求めなさい。



#### 【研究内容2】 できた・分かったと生徒が実感できる教師の働きかけを工夫する

できた・分かったという実感を目指し、本時の課題達成に向けて予想されるつまずきに対し、次のような手立てを行う。

- ・問題1において、比例だと判断する場面で、その根拠が分からない

生徒は本単元において、 $x$ と $y$ の関係を式に表したときに、 $y = ax$ となる場合、 $y$ は $x$ に比例するということで、比例を定義し直している。しかし、本時はその式を求める問題であるため、式で判断することができない。つまり、定義に立ち返って比例だと判断することができない。そこで、比例だと分かる言葉に着目させる。「一定の割合で」という言葉に気付かせ、1分後に入った水の量を示し「2分後は2倍、3分後は3倍になる」ということを確認し、比例と判断できるようにする。実際は $x = 0$ のとき $y = 0$ であることも比例の条件として必要であるが、生徒はまだ1次関数を学

習していないため，その点については触れないことにする。

- ・立式の見通しがもてない

「比例の式を求める」といった場合に， $y = ax$ の式の $a$ を求めればよいということに気付けない生徒もいるであろう。課題を設定する場面で，比例の式を求めるとは，比例定数を求めることと同じ意味であるということを全体で確認し，個人追究に入れるようにする。

- ・問題2のグラフから式を求める場面で， $x$ と $y$ の組を見出せない

問題1では $x$ と $y$ の組が与えられていたが，問題2では自分でグラフから読み取らなければならない。その組を見出せない生徒もいるであろう。机間巡視等の中で，グラフは， $x$ と $y$ の組を座標平面上に表したものだということを助言から思い出せるようにして， $x$ と $y$ の組を見出せるようにする。

- ・評価問題で他の生徒に説明することができない

式は求められても，うまく説明できる自信がもてない生徒もいるであろう。特に，教師の助言を必要とする生徒が，自分の言葉で説明をすることは容易ではない。そのため，机間巡視をするときには，説明するところまでできるように，説明の仕方の助言まで行う。

#### 4 単元指導計画 ～単位時間のねらいと評価，終末の10分一覧表～

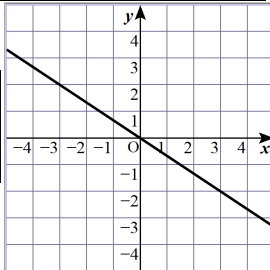
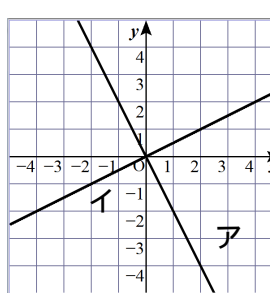
A (知識・理解), B (技能), C (数学的な見方や考え方)

| 時        | ねらい                                                                                             | 学習課題                             | 終末の10分            | 評価規準                                                                 |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|-------------------|----------------------------------------------------------------------|
| 1<br>A   | ある数量が変化するとき，それにもなって変わる数量を調べ，関数の意味を理解する。                                                         | ともなって変わる数量を見つけて，関係を調べよう。         | 教 P.123<br>Q2     | 関数の意味を理解し， $x$ と $y$ の関係が関数であるかを判断することができる。                          |
| 2<br>Bc  | $y$ が $x$ の関数であるとき， $x$ と $y$ の関係を調べるには，表，グラフ，式などが使われることを理解する。また，変数や変域の意味を理解するとともに，変域の表し方を理解する。 | $x$ と $y$ の関係の調べ方を明らかにしよう。       | 教 P.125<br>Q2,3   | 変数や変域といった言葉の意味を理解し， $x$ と $y$ の関係を表，式，グラフに正しく表すことができる。               |
| 3<br>Ac  | 具体的な事象を通して，変域に負の数が入る場合もふくめた比例の定義とその特徴を理解する。                                                     | $x$ の値が負の数の場合も，比例の関係になっているのだろうか。 | 教 P.127<br>Q3,4,5 | 比例定数という言葉の意味を理解し， $x$ と $y$ の関係が $y = ax$ という式で表されるときに比例であることを理解できる。 |
| 4<br>Ac  | 比例定数が負の数の場合にも，正の数の場合に成り立つ比例の性質が成り立つことを理解する。                                                     | 比例定数が負の数の場合にも，比例の関係といってよいだろうか。   | 教 P.129<br>Q1,2,3 | 比例定数が負の数の場合も，比例の性質が適用されることが理解できる。                                    |
| 5<br>Ba  | 変域を負の数の範囲までひろげてグラフがかけられるように座標を考える必要性を理解し，点の位置を座標を使って表す方法を知る。                                    | 平面上の点の位置の表し方を明らかにしよう。            | 教 P.131<br>Q1,2   | 座標や座標平面という言葉の意味を理解し，正しく座標に表したり，座標をよみとったりできる。                         |
| 6<br>Ab  | 比例定数が正の数の場合の比例のグラフをかくことができ，そのグラフの特徴を理解する。                                                       | 比例のグラフを座標平面にかいて，特徴を調べよう。         | 教 P.133<br>Q1,2   | 比例のグラフに現れる特徴を，正しく理解することができる。                                         |
| 7<br>Ab  | 比例定数が負の数の場合の比例のグラフをかくことができ，そのグラフの特徴を理解する。                                                       | 比例定数が負の数の場合には，どんなグラフになるか調べよう。    | 教 P.135<br>Q1,2,3 | 比例定数が負の数である比例のグラフの特徴を，比例定数が正の数の場合と比べて見出すことができる。                      |
| 8<br>Bc  | 比例のグラフの特徴を利用したグラフのかき方を理解する。                                                                     | 比例のグラフの手際よいかき方を明らかにしよう。          | 教 P.137<br>Q2     | 比例のグラフの特徴をもとにして，比例のグラフの手際よい書き方を見出すことができる。                            |
| 9<br>Cb  | 本時                                                                                              |                                  |                   |                                                                      |
| 10<br>Ca | 具体的な事象の中には，反比例する2つの数量があることを知り，反比例の定義とその特徴を理解する。                                                 | 2つの数量の関係を明らかにしよう。                | 教 P.141<br>Q1,2,3 | $x$ と $y$ の関係が $y = a/x$ という式で表されるときに反比例であることを理解することができる。            |
| 11<br>Ba | 比例定数が正の数の場合の反比例のグラフをかくことができるとともに，グラフの特徴を理解する。                                                   | 反比例のグラフを正しくかいて，特徴を明らかにしよう。       | 教 P.143<br>Q1,2   | 反比例に現れる特徴を，正しく理解することができる。                                            |
| 12<br>Bc | 比例定数が負の数の場合の反比例のグラフをかくことができるとともに，グラフの特徴を理解する。                                                   | 比例定数が負の数のとき，どんなグラフの違いがあるか調べよう。   | 数 P.145<br>Q1,2   | 比例定数が負の数である反比例のグラフの特徴を，比例定数が正の場合と比べて見出すことができる。                       |
| 13<br>Cb | 与えられた条件や反比例のグラフから， $x$ と $y$ の関係をあらわす式を求めることができる。                                               | 反比例の式の求め方を明らかにしよう。               | 教 P.147<br>Q1,2   | 反比例の式 $y = a/x$ に $x$ と $y$ の値の組を代入して，比例定数を求め，反比例の式に表すことができる。        |
| 14<br>Ba | 練習                                                                                              |                                  |                   |                                                                      |
| 15<br>Ca | 身の回りの事象から，比例の関係にある2つの数量を見だし，グラフを利用して問題を解決することができる。                                              | $x$ と $y$ の関係を明らかにして，問題を解こう。     | 教 P.151<br>2類題    | 比例であることをもとにして，グラフや式から，求めたい数量を求めることができる。                              |
| 16<br>Cb | 図形の問題から，比例や反比例の関係にある2つの数量を見だし，比例や反比例の動化を利用して問題を解決することができる。                                      | $x$ と $y$ の関係を明らかにして，図形の問題を解こう。  | 教 P.153<br>Q2     | 図形の中に比例や反比例の関係を見出し，グラフや式から求めたい数量を求めることができる。                          |
| 17<br>Cb | 章末問題                                                                                            |                                  |                   |                                                                      |

5 本時のねらい

y が x に比例する場面やグラフから比例の式を求める活動を通して、比例の式を求めるには、式  $y = ax$  に対応する x と y の組の値をそれぞれ代入して、比例定数 a についての方程式をつくり、それを解いて a の値を求めればよいことに気付き、式を求めることができる。(数学的な見方や考え方)

6 本時の展開 (本時の位置 9 / 17)

| 過程         | 学 習 活 動                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 【研究 2】教師の働きかけ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 導入         | <p>&lt;問題 1 の提示&gt;</p> <p>空の容器に一定の割合で水を入れていきます。水を入れ始めてから 9 分後に 6 L たまりました。水を入れ始めてからの時間と水の量にはどのような関係がありますか。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>水の量が水を入れ始めてからの時間に比例することを見いだす。</li> <li>「一定の割合」で水が増えていくので、水の量は水を入れてからの時間に比例する。</li> </ul> <p>&lt;課題把握&gt; 比例であるなら、水を入れ始めてからの時間を x 分、水の量を y L とすると <math>y = ax</math> の式に表せるはずだ。</p> <p><b>y が x に比例するとき、関係を表す式の求め方を明らかにしよう。</b></p> <p>&lt;個人追究・全体交流 1&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>既習をもとに式の求め方を考えて、答えを明らかにする。</li> <li>比例の式は <math>y = ax</math> になる。x と y の組が分かっているから、それらを式 <math>y = ax</math> に代入して、a についての方程式をつくり、a の値を求めればよい。</li> <li>式 <math>y = ax</math> に <math>x = 9</math> , <math>y = 6</math> を代入すると、<math>6 = 9a</math> となる。これを解くと、<math>a = 2/3</math>。よって、比例定数は <math>2/3</math>。したがって式は、<math>y = 2/3x</math> である。</li> <li>類似問題に取り組み、式の求め方を習得する。</li> </ul> <p>y が x に比例している。x と y の関係を表す式を求めなさい。<br/>(1) <math>x = -3</math> のとき <math>y = 12</math>      (2) <math>x = -6</math> のとき <math>y = -18</math></p> | <p>・式が分からないため、定義をもとにした判断ができないので、「この問題で比例だと分かる言葉はないかな」と問いかけ、『一定の割合』という言葉に着目させ、比例であることを共通理解できるようにする。</p> <p>・解決の見通しがもてるように、比例の式は <math>y = ax</math> になり、式を求めるには比例定数 a を求めればよいことを確認する。</p> <p>・<math>y/x</math> の値から比例定数を求めて式をつくった生徒の考え方も認め、「新しい方法」として代入する方法を位置付ける。</p> <p>・比例定数をもとめられない生徒には、「x が 9 のとき y が 6 になるには a はどんな値だったらよいか」「<math>x = 9</math> , <math>y = 6</math> を代入してごらん」と段階に応じて声をかけ、気付けるようにする。</p> <p>・類似問題では、形式的に処理できることをおさえる。</p> |
| 深め         | <p>&lt;問題 2 の提示&gt;</p> <p>ある x と y の関係をグラフに表したところ、次のような直線になりました。このとき、x と y の関係を表す式を求めましょう。</p> <p>・グラフが原点を通る直線だから、これは比例のグラフだから、式は <math>y = ax</math> の形になる。</p>  <p>&lt;個人追究・全体交流 2&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>比例であることをもとに、式を求める。</li> <li>(3, -2) を通っているから、<math>x = 3</math> のとき、<math>y = -2</math> だ。</li> <li><math>y = ax</math> の式に <math>x = 3</math> , <math>y = -2</math> を代入すると、<math>-2 = 3a</math>。これを解くと、<math>a = -2/3</math>。よって、比例定数は <math>-2/3</math>。したがって式は、<math>y = -2/3x</math> である。</li> <li>(3, -2) 以外でも、代入すると必ず <math>a = -2/3</math> になる。</li> <li>通る点を 1 つ見つけて座標を x と y に代入すれば、式が求められるのだ。</li> <li>類似問題に取り組み、グラフから式を求める方法を習得する。</li> </ul> <p>グラフが右のア、イの直線であるとき、x と y の関係を表す式を求めなさい。</p>                                                                                          | <p>・グラフの特徴「直線である」「原点を通っている」から比例であると気付いた姿を、既習を生かして判断した姿だと価値付ける。気付けない場合は、なぜ比例なのかを問いかけ、グラフの特徴に注目できるようにする。</p> <p>・対応する x と y の組が見出せない生徒には、グラフが通る点の x 座標と y 座標がその組を表していることを教える。</p> <p>・(-3, 2) をもとにした考えも紹介し、どの点をもとにしても式が求められることを教える。</p>                                                                                                                                                                                                          |
| 終末<br>10 分 | <p>&lt;まとめ&gt; 正の数、負の数の学習のまとめをする。</p> <p>比例の式を求めるには、対応する x と y の組の 1 つを <math>y = ax</math> の式に代入して、比例定数 a を求めればよい。</p> <p>&lt;本時の評価問題&gt; 評価問題に取り組み、本時の学びを振り返る。<br/>前文を参照。</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | <p>【研究 1】終末の 10 分</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>教科書 P.138,139 Q1,2 の類題と、その式の求め方を他の生徒に説明する問題を評価問題として扱う。(別紙参照)</li> </ul> <p>&lt;評価規準&gt; (数学的な見方や考え方)</p> <p>対応する x と y の組を <math>y = ax</math> の式に代入し、比例定数 a を求めて比例の式を求めることができる。また、その求め方を説明することができる。</p>                                                                                                                                                                          |