

数学科学習指導案

日時 平成28年10月28日(金)5時間目
学級 3年A組 26名(男13名 女13名)
場所 3年A組教室(本館2階)
授業者 土橋 沙織

1 単元名 「相似と比」

2 指導について

(1) 単元について

本単元の出口で、日常の場面で目にするような問題を扱う。例えば、実際に長さを測ることが困難な場所の距離や、どちらのチーズケーキを買う方が得なのかを予想するなどである。つまり、形や量から相似な図形で学んだ性質や定理を利用して、日常生活における様々な問題を解決するよさを実感させることで学習活動にますます意欲を高めるのである。

はじめに、合同な図形と相似な図形の共通点や違いについて明らかにしていく。そこから、相似な図形の定義を考え、相似な図形の性質や相似比、三角形の相似条件について学習する。つまり、合同な図形と相似な図形を対比して考えることで相似な三角形をかく方法を考え、相似条件をまとめることで、相似の基礎を定着させるのである。

次に、「三角形と比の定理」や「角の二等分線と比」などの様々な定理を、相似な図形に着目して証明する。また、これらの定理を使って三角形や平行線の線分の長さを繰り返し求める活動を仕組むことで技能の習熟を図る。

さらに、平面図形の相似の意味から類推して基本的な立体についての相似の意味が理解できるようにし、相似比を使って表面積比や体積比との関係について考える。これらを活用して出口の学習へとつなげるような発展的な力を身に付けさせる。

本時の学習では、重なりのある三角形から相似な関係にある三角形を見つけて証明する。この活動を通して、根拠を明確にし、数学的な用語を用いて説明することや、自分の考えと仲間の考えを比べて聞くことが、伝え合う力を高めることにつながると考える。筋道を立てて説明する力をより確かなものとして、出口の活動で根拠をもとに自分の力で解決しようとするのが数学的な活動に有効であると考ええる。

(2) 生徒の実態について

全国学力・学習状況調査の結果から、数学が好きであると回答した生徒は53.8%いる。また、数学ができるようになりたいと思っている生徒は96.2%いる。このことから、大変多くの生徒が、問題が解決できるようになりたいという願いをもって授業に臨んでいる。

レディネステストの結果では、2つの三角形が合同であることを証明することができた生徒は42.3%であった。そこから、問題文や図を見て仮定や結論を明らかにしたり、根拠を明確にして合同条件を見付けたりする数学的な力に弱さが目立つことが分かった。そこで、わかっていることと証明したいことをはっきりさせることや、既習の図形の

性質をまとめたりする数学的な活動が必要である。これらを繰り返すことで、必要な情報を整理して、どれを使えば証明することができるかを論理的に考えることができるようになると思う。

57.7%の生徒が、自分の考えを書いたり、説明したりすることに苦手意識をもっている。そこで、毎時間の授業の中で個人追究の場を必ず設ける。そして、ペアなどの小集団交流や全体交流において伝え合いをすることで、自分の考えに自信をもちたり、根拠を示して表現したりする力も高まると考える。また、自分の考えを書く場も位置付ける。繰り返し行うことで、書く力や説明する力を身に付け、苦手意識を克服することができると思う。

3 研究主題・研究内容との関わり

研究主題

「自らの考えを伝え合い、
主体的に課題追究をする生徒の育成」
～指導改善サイクルを生かした授業づくりを通して～

単元の見通しと単位時間の付けたい力の明確化

単元構造図は、既習の学習内容と全国学調やレディネステストなどの実態把握から単元を貫く課題を明確にし、単位時間における付けたい力と出口での生徒の意識をイメージし、系統的に授業を組み立てた。

また、単元の出口で考える問題を先に提示し、生徒が全体的見通しをもって単位時間の課題追究ができるよう考えた。

伝え合い活動を核とした指導の工夫(本時の中心)

本時の課題化の場面では、生徒が主体的に取り組むことができるように、既習の相似条件や本時取り扱う図形の確認を行い、見通しをもって意欲的に取り組むことができるようにする。

生徒がじっくりと課題に向き合うために、個人追究の時間を確保する。個人追究で、自分が理解していることをはっきりさせるとともに、悩んでいる生徒にはヒントを与え、考え方や解き方の見通しをもたせる。さらに個人で考えたことを小集団での交流で生かす。様々な意見を伝え合うことで互いに「仲間の意見を聞きたい」、「仲間の考えを知りたい」という思いをもって交流に臨むことができる。それらが、全体交流の場で生かされ、より考えを深める伝え合いの場となると考えたのである。

終末では、本時のまとめを自分の言葉で書かせる。そして、練習問題では、例題で考えた問題を基に、図を抜き出し、頂点を正しくかいて相似な条件に気付き一人で証明し、本時の学びを実感できるようにする。

学ぶ環境づくり

数学科では、基礎的・基本的な力を定着させるために毎時間、前時の復習を1分前学習で行っている。また、問題を解決するための手立てとして、計算の過程を板書で必ず位置付けることで、誰もが板書を活用して練習問題を取り組むことができるよう改善した。基礎・基本の定着とともに交流するときに自信をもって発言できる姿が増えてきた。

【単元の目標】

- ・相似な図形に関心をもち、定理を使って証明しようとする。 ・相似な図形の性質や条件、さまざまな定理を理解し、習得することができる。
- ・相似な図形の性質を日常生活の具体的な場面で活用することができる。

<育てたい数学的な見方や考え方>

- (ア) 拡張的な考え方・・・合同での性質などが相似で成り立つだろうかと考える。
- (イ) 統合的な考え方・・・合同と相似を統合して捉えていく。
- (ウ) 類推的な考え方・・・相似をこれまでの合同な図形の性質や合同条件と対比して捉える。
- (エ) 演繹的な考え方・・・相似な性質を用いて他の図形の性質を筋道を立てて説明していく。

<本単元がつながる学習内容>

- 中3 「円」 ・円の性質の利用
「三平方の定理」 ・三平方の定理と証明
- 高校 数学 「図形と計量」 ・三角比
数学A 「平面図形」 ・方べきの定理や重心など

【単元を貫く課題】
相似な図形は合同な図形と比べて、どんなところが似ていてどんなところが違うのだろうか。平行線や三角形の性質を用いて、共通点や相違点を明らかにし、影の長さやチーズケーキの損得を相似な図形の性質を使って解決しよう。

<出口の生徒の意識>

平行線の性質や三角形の相似条件を活用して、多くの図形の性質を道筋を立てて説明し、明らかにすることができた。自分たちで測ることが困難なものでも、相似な図形の性質を使えば求めることができることがわかった。私たちの生活に大きくかかわっていることがたくさんあるなあ。

「相似と比を生かす」授業(発展)

・相似な図形の性質を利用して、身の回りにある問題を解くことができるようになった。

相似な図形に関する問題を解いて説明する活動

「相似な図形の面積と体積を焦点的に学ぶ」授業(応用)

・相似な図形の面積比と体積比はそれぞれ相似比の2乗、3乗となることがわかった。これを利用して、相似な図形の表面積や体積が計算によって求められるようになった。

相似な図形の面積と体積に関わる問題を解いて説明する活動

<第18時> 5章の問題

これまでに学習してきたことの習熟を図り、単元の学びを振り返り、まとめることができる。

<第17時> 日常場面への利用 【考】

2つのチーズケーキの損得を考える活動を通して、相似な図形の性質を利用すれば求めることができることに気づき、日常の場面での様々な問題を相似な図形の性質を使って解決することができる。

<第16時> 測量への利用 【考】

直接測量することが困難な場面で、2点間の距離や高さを求める方法を考える活動を通して、相似な図形を見つければ相似な図形の性質を活用し、距離や高さを求めることができる。

<第15時> 相似な立体の体積 【技・知】

相似な立体の体積を比べる活動を通して、相似な立体の体積の比は相似比の3乗になることに気づき、相似な立体の体積に関する問題を解くことができる。

<第14時> 相似な立体と表面積 【技】

相似な位置にある2つの立体を調べる活動を通して、立体が相似であることの意味を知り、相似な立体の相似比と表面積の比の間に成り立つ関係を理解し、それをもとに表面積を求めることができる。

<第13時> 相似な図形の面積 【技】

相似な図形の相似比と面積の比の間に成り立つ関係を調べる活動を通して、相似な図形の面積比は相似比の2乗になることに気づき、それをもとに相似な図形の面積を求めることができる。

<第12時> 練習問題 【技・知・関】

今まで学習した図形の性質を利用して、素早く正確に線分の長さを求めることができる。

<第11時> 中点連結定理 【考・技】

底辺を共有する2つの三角形の底辺以外の2点の中点を結ぶ線分を実測する活動を通して、その線分が底辺に平行で長さが半分であることに気づき、三角形と比の定理である中点連結定理を理解することができる。

<第10時> 平行線と線分の比 【技・考】

線分ABを3等分する作図の方法を考える活動を通して、平行線と線分の比の関係に気づき、定理をまとめることができる。また、平行線と線分の比を使って、長さを求めることができる。

<第9時> 三角形と角の二等分線と比 【技・考】

三角形の1つの角の二等分線を作図する活動を通して、角の二等分線に関する図形の性質を発見し、筋道を立てて説明することができる。

<第8時> 三角形と比の定理の逆 【考・技】

三角形と比の定理の仮定と結論を入れかえた事柄を証明する活動を通して、三角形と比の定理の逆について理解し、それを使って平行な線分を見つけることができる。

<第7時> 図形と比 【技・考】

三角形の1辺を平行移動したときにできるもう一つの三角形との関係を調べる活動を通して、それらが相似であることに気づき、三角形と比の定理をまとめることができる。

<第6時> 三角形の相似条件を使った証明 【技】

重なりのある図形の中から相似な三角形を見つけ出す活動を通して、三角形の相似条件を用いて2つの三角形が相似であることを証明することができる。

<第5時> 相似な三角形と相似条件 【技】

2つの三角形が相似であるかどうか判断する活動を通して、三角形の相似条件に当てはまれば判断することができることに気づき、記号を用いて表すことができる。

<第4時> 三角形の相似条件 【関・知】

ABCと相似な三角形をかく活動を通して、三角形の相似条件を見出すには合同条件をもとにすればよいことに気づき、三角形の相似条件をまとめることができる。

<第3時> 相似の位置 【知・技】

相似の位置にある図形を調べる活動を通して、「相似の位置」や「相似の中心」について理解し、相似の位置にある図形をいろいろな方法でかくことができる。

<第2時> 相似な図形の性質と相似比 【関・知・技】

2つの図形の対応する辺の比や角の大きさを調べる活動を通して、相似な図形の性質を理解し、相似比を利用して辺の長さや角の大きさを求めることができる。

<第1時> 図形の拡大と縮小 【関・知】

チーズケーキの損得を考えるために形が同じで大きさの違う図形をかくことを通して、拡大した図形や縮小した図形の性質を理解することができる。

「相似を引き出す」授業

・チーズケーキの損得は数学的な根拠でどのように説明できるのだろうか。まずは、相似な図形の特徴はどうだろうか。

「三角形と比を焦点的に学ぶ」授業(習熟)

・相似な図形の性質を利用して、様々な定理を導くことができた。これまで求めることができなかった線分の長さを求めることもできるようになった。

様々な定理を見だし、説明する活動

「相似を焦点的に学ぶ」授業(基礎)

・2年生で学習した合同な図形では、対応する辺や角の大きさが等しいことをすべて調べなくても証明できた。相似も対応する辺や角の大きさをすべて調べなくても相似であることを証明することができることがわかった。

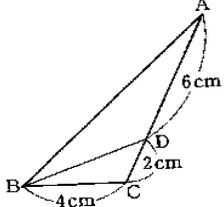
三角形の合同条件をもとにして相似な図形を作図することで、三角形の相似条件を見だし、その条件を説明する活動

<これまでの学習内容との関連>

- 中1 「平面図形」 ・基本の性質 ・図形の移動 ・作図など 「空間図形」 ・立体の体積や表面積
- 中2 「平行と合同」 ・図形の合同 ・作図と証明の仕組み 「三角形と四角形」 ・図形の性質

5 本時の展開 (本時: 6 / 18)

- (1) ねらい…重なりのある図形の中から相似な三角形を見つけ出す活動を通して、三角形の相似条件を用いて2つの三角形が相似であることを論理的に証明することができる。
- (2) 評価規準…相似な2つの三角形を図から見つけ、2つの三角形が相似であることを三角形の相似条件を活用して根拠をもとに正しく証明することができる。「技能」
- (3) 言語活動…2つの三角形が相似と言える理由を相似条件を活用して仲間に関わりやすく説明することができる。「伝え合い」

	ねらい	学習活動	自らの思いや考えを伝え合う手立て	主体的に課題追究をする手立て
導入	<p>1 問題が書かれた紙をもとに相似な三角形を予測する活動を通して、課題追究に見通しをもつことができる。</p>	<p>1 問題が書かれた紙の情報や図をもとに、相似な三角形の組を見つける。(全体で確認する。)</p>	<p>○図をゆび指したり、書き込んだりしながら相似な三角形がどれなのかを確認する場をつくる。 →ペア交流</p> <p>○なぜその2つの三角形が相似と言えるのかも確認する→全体交流</p>	<p>○1分前学習 基礎・基本の定着を確認するため3つの相似条件をペアで確認する。 ・重なりのある図を見て相似な三角形の組を相似条件に当てはめて考えられるよう助言する。</p>
	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>問題: 右の図で, $AD=6\text{cm}$, $CD=2\text{cm}$, $BC=4\text{cm}$である。この中に相似な三角形の組み合わせはあるでしょうか。</p> </div>			
	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>根拠を明確にして2つの三角形が相似であることを証明しよう。</p> </div>			
展開	<p>2 課題解決に向けて図に書き込んだり,教科書やノートを確認したりして,自分の考えをつくることができる。</p>	<p>2 課題解決に向けて個人追究をする。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・図に書き込むと相似の条件を見つけられそう。 ・色をつけて示すと対応する順も間違えずにかけそう。 ・辺の長さが分かっているから使えそうな相似条件は辺の比を使うものかな。 	<p>○根拠を明確にして考えを伝えることができるように,図を示して発言できるようにする。</p>	<p>○自分で図に書き込みをしたり,図を抜き出ししたりして相似条件を見つけやすくする工夫をする。</p> <p>○対応する順を正しく言えるように確認する。</p> <p>○ヒントコーナーを作り,自分で課題解決するための見通しがもてるようにする。</p>
	<p>3 自分の考えを仲間に伝えることで,自分の考えを深めることができる。また,仲間の意見と比べながら聞くことで,根拠ははっきりさせて証明する手順を確かめることができる。</p>	<p>3 全体で追究する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ $ABC \sim BDC$となるから相似条件は,「2組の辺の比が等しくその間の角が等しい」と分かった。 ・ こうやって仮定と結論をはっきりさせれば証明が書けることがわかった。 	<p>○仲間の意見を大切に,大事なキーワードに目をつけ伝え合うことができる。→全体交流</p>	<p>○自分の考えと仲間の意見を比べて聞くことができるように板書に位置付ける。</p> <p>○練習問題で本時学習した内容を確認し,証明することに自信をもたせる。</p>
まとめ	<p>4 全体交流でつけた力を練習問題で確認し,筋道を立てて論理的に証明することができる。また,互いに説明し合うことができる。</p>	<p>4 練習問題に取り組み,ペアで互いに証明したものを説明し合う。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 図を抜き出して考えると相似条件を見つけやすくなるし,説明しやすくなるな。 ・ 根拠をはっきりさせることで,筋道を立てて証明することができるし,仲間にも正確に伝えることができるようになった。 	<p>○選択した問題を証明し合うことで,根拠を明確にする必要性を理解する。→ペア交流</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>【評価規準】 <技能> ノート 発言 相似な2つの三角形を図から見つけ,2つの三角形が相似であることを三角形の相似条件を活用して根拠をもとに正しく説明することができる。</p> </div>